

Q. (数学3 基礎問題精講 例題107(1) P194)

$S(\theta)$ の積分の、一行目から二行目の流れが分かりません。何故 $-\sin x$ が $x\sin \theta$ になるのでしょうか。

また、P194の注意書きに $\sin \theta$ は1.2のような定数扱いであると書いてありますが、それならば $\sin \theta$ を $x$ で積分すると $1 \rightarrow x$ となってもいいのではないのでしょうか。

A.

$$S(\theta) = \int_0^{\theta} (\sin \theta - \sin x) dx + \int_0^{\theta} (\sin x - \sin \theta) dx$$

ここで、赤字は $x$ に無関係な値なので、 $x$ で積分する際には定数とみなせます。つまり

$$\int_a^b \sin$$
となります。

したがって $S(\theta)$ は

$$S(\theta) = [x\sin \theta + \cos x]_0^{\theta} + [-\cos x - x\sin \theta]_0^{\theta}$$

2つ目の[ ]内のマイナスを前に出して

$$S(\theta) = [x\sin \theta + \cos x]_0^{\theta} - [\cos x + x\sin \theta]_0^{\theta}$$

となります。

解答の2行目では1つ目の[ ]内の式を入れ替えて書かれているため、 $-\sin \theta$ が積分されて $x\sin \theta$ となっているように見えますが、そうではありません。紛らわしいですが、注意してください。