

Q. (基礎問題精講数学3 例題3(2) p10)

解説の補助をお願いします。

A.

問題に書かれている条件より、 $|AP-BP|=1$ という方程式から軌跡を導くこと可能です。しかし解答では、「ある2点(AとB)からの距離の差が一定の点(P)の軌跡が双曲線である」という定義を前提にして解き進めています。

その際、焦点がx軸上(またはy軸上)にあり、その中点が原点にあると双曲線の標準形の式から軌跡を求めやすくなります。

そこでまず焦点A,Bを平行移動させ(平行移動後の点をそれぞれA',B'とします)、A'とB'がy軸上に、なおかつA'とB'の中点が原点に来るようにしています(→解答の1~3行目)。

次にA',B'を焦点とする双曲線の方程式を求めます。主軸がy軸の場合、標準形は

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ なので、 a^2 と b^2 を求めれば良いことになります。そこで頂点間の距離と焦

点の情報を用い、精講にある公式を基にして求めます(→解答の4~6行目)。

ただし、主軸はy軸なので頂点は $(0, \pm b)$ 、焦点は $(0, \sqrt{a^2 + b^2})$ となることに注意してください。

最後に、求めた双曲線の方程式を、本来の位置に平行移動させます(→解答の7,8行目)。

最初の平行移動で $(x, y) = (-1, -3)$ に移動させたので、 $(x, y) = (1, 3)$ に平行移動させることで本来の求めたい方程式となります。