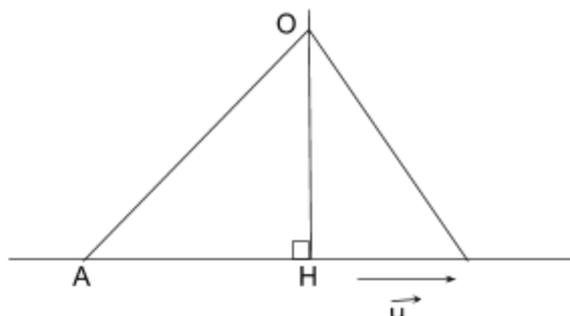


Q.(数学2B基礎問題精講P260 例題167(2))

正射影ベクトルを使って解こうとしたら間違っていました。一番よいやり方は解答にある通りなのでその解法を覚えようと思うのですが、以下の手順ではどこが間違っているのでしょうか。



$$\vec{AH} = \frac{\vec{OA} \cdot \vec{u}}{|\vec{u}|} \cdot \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}$$

$$\vec{OH} = \vec{OA} + \vec{AH}$$

A.

手順自体は悪くありませんが、正射影ベクトルの表記の仕方が誤っているため、解答にたどり着けていません。

正射影ベクトルの定義に戻って導出してみましょう。

l上の任意の点をXとして、 $\triangle OAX$ について考えます。

(間違えた大きな原因はいきなり、Hとおいてしまったことにありますが、この場合、 $\triangle OAh$ は直角三角形固定で考えることになってしまいます。なので、l上の任意の点を置くことが必要です。)

$\triangle OAX$ のうち、Oからl上に垂直におろした点がHなので、 $\vec{AH} = k\vec{AX}$ と置くことができます。

また、 $\vec{AX} \cdot \vec{OH} = 0$ すなわち、 $\vec{u} \cdot \vec{OH} = 0$ が成立します。

$$\vec{OH} - \vec{OA} = k(\vec{OX} - \vec{OA}) \quad \therefore \vec{OH} = k\vec{u} + (1-k)\vec{OA}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{OH} = 0 \text{ より、} \vec{u} \cdot \{k\vec{u} + (1-k)\vec{OA}\} = 0 \quad \therefore k = \frac{(k-1)\vec{OA} \cdot \vec{u}}{|\vec{u}|^2}$$

以上より、正射影ベクトルは、 $\vec{AH} = \frac{(k-1)\vec{OA} \cdot \vec{u}}{|\vec{u}|^2} \cdot \vec{AX}$ となります。