

Q. (基礎問題精講 2B 例題 137(2))

解説の「ここがポイント」で、右辺に $\frac{1}{k+1}$ したもののから右辺の n に $k+1$ を代入したものの $(\frac{2(k+1)}{k+2})$ を引くのはなぜでしょうか。

A. いま、この問題では数学的帰納法を用いて、 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\geq\frac{2n}{n+1}$ を証明しようとしています、そもそも数学的帰納法は $n=k+1$ の式が成り立てば証明完了です。

なので、題意の式に $n=k+1$ を代入したもの、すなわち、 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{k+1}\geq\frac{2(k+1)}{(k+1)+1}$ の式を示せれば証明できます。

すんなりと、 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{k+1}\geq\frac{2(k+1)}{(k+1)+1}$ の形が出てくればいいのですが、なかなかうまく

くでてこない、 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{k+1}\geq??\geq\frac{2(k+1)}{(k+1)+1}$ の形が示せれば、 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+$

$\frac{1}{k+1}\geq\frac{2(k+1)}{(k+1)+1}$ が成り立つためその形を目指します。

$n=k$ を代入した不等式に両辺 $\frac{1}{k+1}$ を加えると、左辺は求めたい不等式の形がでてき、右

辺は $\frac{2k+1}{k+1}$ が出ます。これと、最後に示したい $\frac{2(k+1)}{(k+1)+1}$ の大小比較すれば、求めたい不等式

が出てくるため、題意を満たします。