

Q. (標準問題精講 1 A 演習 76-2)

a を 7 で割ったあまりが 6 の時の場合わけで、34 通りとなることがしっくりきません。

A.

a を 7 で割った余りが 6 のとき、a は 6, 13, 20, 27, 34, 41, 48 の 7 通りです。

これに対して b は残りの 49 個の数字のうち 7 で割った余りが 0, 1 でない (= 7 で割った余りが 2, 3, 4, 5, 6 のいずれか) となります。

この 34 とは、

$49 - (\text{7 で割った余りが 0 の数の個数}) - (\text{7 で割った余りが 0 の数の個数})$

$= 49 - 7 - 8 = 34$ となります。

a の余りが 6 で (a+b) が 7 の倍数になってしまうのは、b の余りが 1 のときです。

この a を 7 で割った余りが 6 のときだけ b の個数が 34 で特殊なのは、余りが 0, 2~6 の時は個数がそれぞれ 7 個ずつであるのに、余りが 1 のときだけは違って個数が 8 個と多くなっているからです。

そのため、他の場合分けでは $49 - 7 - 7 = 35$ としていたところが、 $49 - 7 - 8 = 34$ になります。