Q．（合格る計算 IAⅡB 類題 50B［2］）
r cos($\theta-\beta$)の形にしなくてはならないから、答えが 2cos(θ-30°)になるのでしょうか。どうして– になるのかが分かりませんでした。

A．
次の説明を見てください。通常、三角関数の合成は sin 型に統一することが多いですが、本問のように cos 型にすることもあります。その場合、次の説明の最後の方にある「cos 型の合成」のような手順を踏みます。このとき、sin 型とは異なり、() の中が(θ ー α)になっています。
これは cos の加法定理によるもので、
$\cos(\theta-\alpha)=\cos\theta\cos\alpha+\sin\theta\sin\alpha$ であることから来ています。
ちなみに、$\cos(\theta+\alpha)=\cos\theta\cos\alpha-\sin\theta\sin\alpha$ となります。
sin 型の三角関数の合成は、公式として覚えておく必要がありますが、cos 型まで覚える必要はないと思います。加法定理を＋ー正確に覚えたうえで、誘導にのれるようにしておきましょう。

三角関数の合成

$\boldsymbol{a\sin\theta+b\cos\theta}$ を，**加法定理を逆に使ってまとめる**のが合成である．

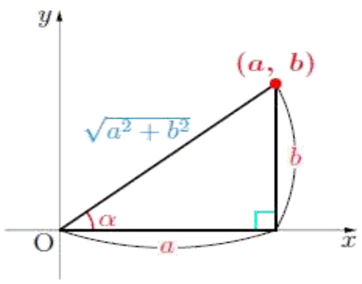
まず，無理矢理 $\sqrt{a^2+b^2}$ をくくり出す．

$$a\sin\theta+b\cos\theta=\sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin\theta+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos\theta\right)$$

括弧内を $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$ の右辺と比較する．

$\beta=\theta$ とすると，$\cos\alpha=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$， $\sin\alpha=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ である．

α は，座標平面上に点 $(a,\ b)$ をとったときの x 軸の正方向とのなす角 だ．



このとき $\quad a\sin\theta+b\cos\theta=\sqrt{a^2+b^2}(\cos\alpha\sin\theta+\sin\alpha\cos\theta)$

$$=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\theta+\alpha)$$

実際に合成するときは，$\sqrt{a^2+b^2}$ をくくり出すといった手順を踏む必要はない．
座標平面上に点 $(a,\ b)$ をとったときの α を頭の中で考えて瞬殺する．
このとき，**$\sin\theta$ の係数 a が x 座標で，$\cos\theta$ の係数 b が y 座標** であることに注意．
これは，$x=\cos\theta$，$y=\sin\theta$ とする三角比の定義とは逆なので間違えやすい．

合成の意義は，変数を 1 ヶ所に集めることにある．
変数が 2 ヶ所に散らばっていると，関数全体の変化がとらえにくいからである．
この発想の根幹は，$x^2+2ax=(x+a)^2-a^2$ のような平方完成と同様である．

普通，合成といえば，上のように sin 型を指す．
しかし，**cos 型の合成** も可能である．
問われることはまずないので，概要だけ示す．

$$\begin{aligned}b\cos\theta+a\sin\theta&=\sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos\theta+\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin\theta\right)\\&=\sqrt{a^2+b^2}\,(\cos\alpha\cos\theta+\sin\alpha\sin\theta)\\&=\boldsymbol{\sqrt{a^2+b^2}\cos(\theta-\alpha)}\end{aligned}$$

α は，座標平面上に **点 $(b,\ a)$ をとったときの x 軸の正方向とのなす角** である．