

Q. (基礎問題精講 1A P63 演習 35)

$X \geq 1$ の時の最大値の求め方がわかりません。

A.

まず、(i) で a の範囲別の関数 $g(a)$ が求められています。

ここから、関数 $g(a)$ について最大値を求めていく工程を考えてもらおうとわかりやすいと思います。つまり、元の関数 $f(x)$ のことは一旦置いておいて、「変数 a の関数 $g(a)$ 」について最大値を考えます。具体的には、横軸が変数 a 、縦軸が $y=g(a)$ のグラフを描いて、 y の最大値を調べていきます。

(i) の結果から、関数 $y=g(a)$ のグラフは $a=1$ を境に二つの全く異なる関数のグラフがつながっているものということが分かります。

$a=1$ より前 ($a < 1$) は $g(a)=2$ なので、 $y=2$ つまりずっと一定値の a 軸に平行なグラフになります。

$a=1$ から ($a \geq 1$) は $g(a)=-a^2+2a+1$ より上に凸の二次関数のグラフです。 $y=-(a-1)^2$ と平方完成できるので、軸は $a=1$ です。つまり、 $a=1$ に頂点がくるような下に凸の二次関数のグラフの右半分がつながっていることになります。

こうして解答のようなグラフが描けました。グラフの形状から y の最大値は $y=2$ なので、 $g(a)$ の最大値も 2 となります。

(i) と (ii) で変数として取り扱うものや、最大値、最小値を調べる関数が異なっているので注意してください。 x と a は関係してはいますが、問題を解くうえではそれぞれ独立した関数を扱うと考えて作業するとわかりやすいと思います。