

Q. (数学 基礎問精講 1A 例題 61(2) P106-107)

解説の3行目の $\triangle ABC$ と $\triangle AEF$ が相似である理由がよくわかりません。

$EF \parallel BC$ であれば $\angle AEF = \angle ABC$ (同位角) $\angle AFE = \angle ACB$ (同位角) の条件によって相似であることがわかりますが、そのためには $EF \parallel BC$ であることを示さなくてはならず、それを示す方法がわかりません。

A.

$\triangle ABC$ と $\triangle AEF$ について

まず、 $\angle BAC = \angle EAF$ (共有) $\dots \textcircled{1}$

次に、

$\triangle OEF$ について、円の半径より $OE = OF$ なので $\triangle OEF$ は二等辺三角形です。

よって、 $\angle OEF = \angle OFE \dots \star$

また、

$\angle AEF = 90^\circ - \angle OEF$

$\angle AFE = 90^\circ - \angle OFE$

なので、 \star より $\angle AEF = \angle AFE$ から $\triangle AEF$ は二等辺三角形とわかります。

同じく $\triangle ABC$ も二等辺三角形であり、三角形の内角の和は 180° より

$\angle AEF = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle EAF)$ 、 $\angle ABC = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAC)$

$\textcircled{1}$ より、 $\angle AEF = \angle ABC \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ より二角相当 $\triangle ABC \sim \triangle AEF$ となります。

平行を示してもよいですが、このように三角形の相似を直接示すこともできます。