

Q. 数学 1A 基礎問題精講 P31 例題 17

$a=0$   $b \geq 0$  のとき解として  $x=0$  を解に持ちませんか？

A. 問題文の「解け」というのは「 $ax > b$ という不等号を満たす $x$ の範囲を求めよ」の意味であることを、まずは念頭に置いておいてください。

さて、 $a=0$ について考えてみましょう。

つまり「 $0 \cdot x > b$ という不等式を満たすような $x$ の範囲を求めよ」ということですが、そんな $x$ はあるでしょうか？

先に $b$ の値を考えてみるとわかりやすいので、具体的な $b$ の値を考えてみましょう。

①例えば、 $b=-1$ だとどうでしょうか？  $0 \cdot x > -1$ を満たすような $x$ はありますか？ ありますよね。というより、 $x$ がどんな値になっても ( $x=9999$ でも $x=-1234567$ でも)  $0$ がかかるので、不等式は $0 > -1$ は常に成り立ちます。 $b$ の値は $0$ より小さくなったときでも不等式は成り立つので ( $0 > -0.01$ や $0 > -2$ など)、答えは「 $a=0$ 、 $b < 0$ のとき、不等式を満たすような $x$ は全ての数である」と言えます。

※ちなみに、 $b$ が $0$ の場合はどうでしょうか？ その時、 $0 \cdot x > 0 \Leftrightarrow 0 > 0$ となり、このような不等式は成り立ちません。よって、 $b=0$ は含みません。

②一方、 $b=2$ だとどうでしょうか？  $0 \cdot x > 2$ を満たすような $x$ はありますか？ 先ほどと同じように、 $x$ がどんな値だったとしても $0$ をかけられているので、結局左辺は $0$ になります。すると不等式は $0 > 2$ となり不等式が成り立ちません。つまり、この（おかしな）不等式を成り立たせるような $x$ など存在しないということです。 $b$ が $0$ 以上だと不等式が成り立ちませんので、不等式を成り立たせるような $x$ は存在しないという事になります。ということで、答えは「 $a=0$ 、 $b \geq 0$ のとき、不等式を満たすような $x$ は存在しない」と言えます。

わかりましたでしょうか？