

Q. (数学 I A 基礎問題精講 p43 演習 23 (3))

解答に『 $n-m/m$ となり $\sqrt{2}$ が無理数であることに矛盾する』と書いてありますが、この理由がよくわかりません。

A.

$\sqrt{2} = \frac{n-m}{m}$ という式について、左辺の $\sqrt{2}$ は無理数ですが、右辺は自然数 n, m のみで表されている数式のため有理数です。

つまり、当初の「 $\sqrt{2} + 1$ が有理数である」という仮定のもとでは、この段階で式が 無理数 = 有理数 の形になってしまうので矛盾が生じることになります。この矛盾を解消するには左辺の $\sqrt{2}$ も右辺と同じ有理数であればよいのですが、これが $\sqrt{2}$ が無理数であることと矛盾します。

よって、当初の仮定「 $\sqrt{2} + 1$ が有理数である」は棄却されるので、 $\sqrt{2} + 1$ は無理数であるといえます。