

Q. (数学Ⅲ基礎問題精講 P48 例題 29(2))

ベクトルOEとベクトルDCはどのような情報から平行になっていることを判断するのでしょうか？またどのような考え方から点Eをとるという着想になるかわかりません。

A.

x軸を実軸、y軸を虚軸とすると、実軸上の1と虚軸上のiはそれぞれ原点から等距離にあります。これはどちらも大きさが1であるからです。

OD、OEはどちらも1辺の長さ1の正方形の対角線となります。

ここでODの傾き $45^\circ$ 、OEの傾き $-45^\circ$ であることがわかりました。

今回は実軸と虚軸になっていますが、わかりやすく直線の式で考えるために実数二次元のx y座標として考えてみます。

$O(0, 0), A(2, 0), D(1, 1)$ , 設定しなおすと

OD:  $y=x$

OE:  $y=-x$

AD:  $(2, 0), (1, 1)$ を通るから  $y=-x+2$

ここで、傾きが-1で等しくなるため、 $OE \parallel AD$ になることがわかります。

これらの理由から、 $OE \parallel DC$ となります。

次に、点Eを設定する理由について説明します。

最終的には最大値を与えるCの座標を調べたいのですが、Cについての情報は

- ・円の中心点Dに対して点Bと反対側にある
- ・円の中心点Dからの距離は1である

ということしわかっていません。

ここから、ベクトルを用いてCの座標を考えます。 $\overrightarrow{CD}$ は直接求めるのが難しいので、まずは同じ向きを持つベクトルを求める必要があります、そのために $\overrightarrow{OE}$ をおきます。原点Oから出て傾きが右下 $45^\circ$ であるベクトルを求めるには、適当な正方形を設定し、その対角線をとるのが1番簡単です。そのために、本問では1辺1の正方形を設定しEが登場しました。

そのあとは、ベクトル方程式から点Dを始点としてベクトルOEと真逆の方向で、距離が半径と同じ1 ( $|\overrightarrow{OE}|=\sqrt{2}$ なので、長さは $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍)の移動をします。

これが $\overrightarrow{DC} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\overrightarrow{OE}$ です。