

Q. (数3 基礎問題精講 p207 例題 113(2))

注の、積分の範囲が $1 \rightarrow 2$ となる理由がわかりません。3 行目からの解説をお願いします。

A.

まず $\sum_{k=n+1}^{2n} \frac{n}{k}$ について

赤字より、 k は $n+1$ から $2n$ まで動くということです。よって、 $n+1 \leq k \leq 2n$

そのため、 $n \rightarrow \infty$ で $x \rightarrow \frac{k}{n}$ とおいたとき $\frac{n+1}{n} \leq \frac{k}{n} \leq \frac{2n}{n}$ より $n \rightarrow \infty$ では $\frac{n+1}{n} \leq x \leq \frac{2n}{n}$

今回、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=n+1}^{2n} \frac{n}{k}$ を調べるので、 $n \rightarrow \infty$ の範囲で考えることで、 x の関数の積分に近似することができます。

このとき、 x の積分区間が実数の値にならないと積分計算ができないため、 $\frac{n+1}{n} \leq x \leq \frac{2n}{n}$

について両端の極限を調べます。 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n} = 2$ より、 $n \rightarrow \infty$ では $1 \leq x \leq 2$ となります。

積分区間は積分する変数 x が動く範囲で決まるため、1 から 2 までとなります。