Q．（標準問題精講 2B p310 標問 138(2)）
n=2m−1, 2m で場合分けをする理由が分かりません。

A．

$a_{n+2}-3=\frac{1}{2}(a_n-3)$より、

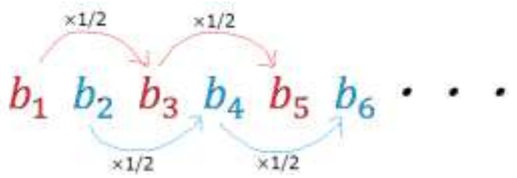
$b_n=a_n-3$とおくと$b_{n+2}=\frac{1}{2}b_n$ という関係式が成り立ちます。

ここで注意したいのは n と n+2 についての関係式であるということです。

一般的な等比数列型に持ち込む問題の場合、n と n+1 についての関係式が$c_{n+1}=pc_n$ と表わされることで、一般項が$c_n=c_1 \cdot p^{n-1}$となりますが、今回はこの方法が使えません。

n と n+2 についての条件式ということは、n+2 番目は **2 つ前の** n 番目の項を$\times\frac{1}{2}$した値であるということです。

b_1を初項として奇数番目の項を取り出した数列と、b_2を初項として偶数番目の項を取り出した数列の２つの数列が**交互**に出てくる数列だと考えてください。



つまり、b_nが奇数番目の項であればb_1を初項として、公比$\frac{1}{2}$を(奇数項の数−1)回だけかけた値になります。一方、b_nが偶数番目の項であればb_2を初項として、公比$\frac{1}{2}$を(偶数項の数−1)回だけかけた値になります。
これが、n が奇数と偶数のときを場合分けする理由になります。

（ｉ）奇数項　n=2m−1 のとき
この、n=2m−1 の設定についてですが、m=1(奇数数列の１番目)が n=1(全体の数列の１番目)になるように合わせると、奇数数列内での第 m 項が全体の数列での第 n 項という関係になり分かりやすくなります。
n=2m+1 にしても奇数であることは表せますが、n=1（全体の１番目）のとき m=0 となり

全体数列との対応がわかりにくくなります。

$b_{2m-1} = b_1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{m-1}$　より、$a_{2m-1} - 3 = (a_1 - 3) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{m-1}$

（ⅱ）偶数項　n=2m のとき
同様にして

$b_{2m} = b_2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{m-1}$ より、$a_{2m} - 3 = (a_2 - 3) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{m-1}$

となります。

【ポイント】
・二つの数列が交互に出てくるというイメージをつかむこと
・n と m の対応を正確に行うこと（特に、初項と乗数に注意）