Ｑ．（標準問題精講 3 p30 標問 12）
An-logn=Cn と置くことをそのまま丸暗記していたのですが、そもそもなぜ Cn と置く発想が出たのでしょうか。解法の 1 行目にかかれている式の意味もよく分かりません。

Ａ．
$\lim_{n\to\infty}(A_n - logn) = C$ ということから分かるのは、lim の（）の中の関数がＣに収束するということです。
そのため、その lim の（）の中の関数について調べる必要が出てくるため、
$C_n = A_n - logn$ とおきます。
A_nも logn もｎによって変化する関数であるため、Ｃに添え字ｎをつけたC_nという形で定義します。

すると与えられた条件式は$\lim_{n\to\infty}(A_n - logn) = C$より、$\lim_{n\to\infty}(C_n) = C$となります。
これは、n→∞のとき、Cn→C ということです。
n によって変化する関数だった$A_n - logn$が、n が∞付近では定数として扱えるようになります。
これが Cn と置くことのメリットです。

この問題は、最終的には数列 Bn について、Bn-Klogn が収束するような条件を求めるというものです。つまり、∞付近での数列 Bn の動きをつかむことが必要になります。
そのために Bn に形が似ている数列である An について、∞付近では$\lim_{n\to\infty}(A_n - logn) = C$であるということがわかっているということがヒントになります。

解答の方針としては、$\lim_{n\to\infty}(B_n - Klogn)$が収束するという条件にむけて、
「①Bn を An を用いて表す」、「②更にその An を Cn を用いて表す」作業を行います。
Cn は∞で収束することがわかっているので、もとの Bn を Cn を使って表せれば、Bn が∞付近でどのように動くのかを理解しやすくなります。