

Q. (数学標準問題 3 P.170 演習問題 73)

形はわかり、比までわかるが面積の式がわからない

A.

$OR:RP=t:1-t$ より、 $PR:PO=1-t:1$

中心Oの円と中心Rの円について、半径の比もまた $1-t:1$ となります。

中心Oの円の半径が 1 なので、中心Rの円の半径は $1-t$ とわかります。

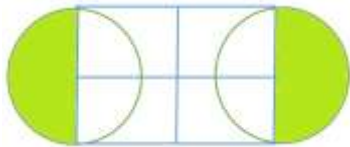
f f p 平行線と比の関係から考えてください。

ここまではAB上でPを固定して考えていましたが、ここからはPを動かして考えます。

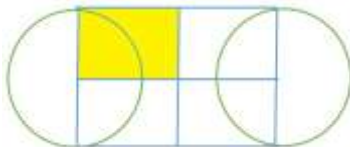
その時の $z=t$ で切った時の断面を上から見た図が、解説の2つ目の図になります。この図の面積が $S(t)$ にあたります。

先ほど求めた半径 $1-t$ は、PがAまたはBに来たときに描く図形に反映されることになります。

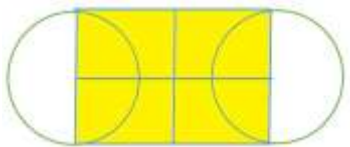
$S(t) = \pi(1-t)^2 + 4t(1-t)$ について、以下のように求めます。



まず、この黄緑色の円の部分の面積が $\pi(1-t)^2$ です。



この黄色の長方形の面積は、横 t 縦 $1-t$ なので $t(1-t)$ です。



長方形が4つあるので、黄色の部分全体の面積は $4t(1-t)$ です。

二点P、Qが動くときは1点ずつ固定させることで描かれる図形の形をつかみます。

面積を求めるときは、最小単位に分解してそれぞれの面積の和を考えることがポイントです。