

Q. (数学標準問題精講 3 標問 39 (2))

解説の $\sin t > 0$ より 最大が $\theta = \delta$ になる理由がよく分かりません。

A.

$\theta + \phi = t$ と固定したとき、 S は

$$S = \frac{1}{2} \{ \cos t + \cos(\theta - \phi) \} \sin t$$

と表されます。

ここで、いま t は固定されていて、定数とみなせるので、 S の式のうち変数は $\cos(\theta - \phi)$ の部分のみ。

いま、 t は $0 < t < \pi$ に固定していて、 $\sin t > 0$ であるから、 $\cos t + \cos(\theta - \phi)$ が最大であれば最大値をとる。このうち変数は $\cos(\theta - \phi)$ のみであるから、これが最大になるときを考えると、

$0 < \theta, \phi < \frac{\pi}{2}$ であるから、 $-\frac{\pi}{2} < \theta - \phi < \frac{\pi}{2}$ で、 $\cos(\theta - \phi)$ が最大となるのは $\theta - \phi = 0$ すなわち $\theta = \phi$ のときである。