

Q. (標準問題精講 3 p229 演習問題 99-2(2))

解答 p325 の 1 番下の行の  $a$  と  $\alpha$  の関係式から  $b$  が求められる部分がありません(関係式から図形的な位置関係をつかむ部分)。

A.

(1)より、 $A$ 、 $B$ 、 $C$ の三点の位置関係がわかりました。

$a = -\frac{\alpha}{2}$  より、複素数平面上において  $\alpha$  と  $a$  はどちらも実数なので  $A(\alpha)$  と  $M(a)$  は同じ実軸にのることになります。また、虚数である  $B(\beta)$ 、 $C(\gamma)$  は互いに共役な複素数であるので、実軸を挟んで対称の位置に存在することになります。

この時点で、直角三角形  $ABC$  が実軸に対して解答の図のように存在することがわかりました。

次に、実軸にある  $M(a)$  がなぜちょうど  $BC$  の中点にくるかということですが、これは  $a \pm bi$  で表される  $B(\beta)$ 、 $C(\gamma)$  の実部が  $a$  でこれが  $M$  の実軸上の座標  $a$  に等しいからです。

よって、解答の図のように四点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $M$  が並ぶことがわかりました。

ここで、 $b$  は実軸から  $B$  までの虚数部分の長さに相当するので  $b = \pm BM$

図より、 $BM = AM$

$$AM = a - \alpha = \frac{3}{2}\alpha$$

よって、 $b = \pm \frac{3}{2}\alpha$  となります。

複数の点の位置関係を理解するためには、一対一の関係から考えていくと整理しやすいです。