

Q. (標準問題精講 3 p229 演習問題 99-2(2))

解答 p325 の 1 番下の行の a と α の関係式から b が求められる部分がありません(関係式から図形的な位置関係をつかむ部分)。

A.

(1)より、 A 、 B 、 C の三点の位置関係がわかりました。

$a = -\frac{\alpha}{2}$ より、複素数平面上において α と a はどちらも実数なので $A(\alpha)$ と $M(a)$ は同じ実軸にのることになります。また、虚数である $B(\beta)$ 、 $C(\gamma)$ は互いに共役な複素数であるので、実軸を挟んで対称の位置に存在することになります。

この時点で、直角三角形 ABC が実軸に対して解答の図のように存在することがわかりました。

次に、実軸にある $M(a)$ がなぜちょうど BC の中点にくるかということですが、これは $a \pm bi$ で表される $B(\beta)$ 、 $C(\gamma)$ の実部が a でこれが M の実軸上の座標 a に等しいからです。

よって、解答の図のように四点 A 、 B 、 C 、 M が並ぶことがわかりました。

ここで、 b は実軸から B までの虚数部分の長さに相当するので $b = \pm BM$

図より、 $BM = AM$

$$AM = a - \alpha = \frac{3}{2}\alpha$$

よって、 $b = \pm \frac{3}{2}\alpha$ となります。

複数の点の位置関係を理解するためには、一対一の関係から考えていくと整理しやすいです。