

Q (数 2B 標問例題 p254 113(3))

奇関数偶関数の利用について、解説の補助をお願いします。

A. x についての積分は、ある関数と x 軸で囲まれた部分の面積であることを利用します。このとき、 $y < 0$ 側の面積は負になることに注意します。奇関数（1、3、5次関数など）の積分の場合、グラフは原点对称になるので、積分範囲が $-a < x < a$ だった場合（ a は正の定数） $-a < x < 0$ と $0 < x < a$ の面積が打ち消しあうので全体の面積は 0 になります。

一方、偶関数（2、4次関数など）の積分の場合、グラフは y 軸対称になるので、積分範囲が $-a < x < a$ だった場合（ a は正の定数） $-a < x < 0$ と $0 < x < a$ の面積は等しいので、全体の面積はどちらかの範囲の面積の 2 倍になります。

今回の問題では、積分範囲が $-3 \sim 3$ であるので以上のような性質を使え、 $x^3 + x$ が奇関数、 $x^2 + 1$ が偶関数なので解答のような式変形となります。