

Q. (数学標準問題精講 2B 例題 157)

解説の補助をお願いします。

A.

この問題は空間ベクトルの最もスタンダードな問題です。

空間ベクトルでは、ある点に関しての情報をベクトルの式として書き出して、それらを一次独立としてまとめて解く、というのが大まかな流れになります。

今回の問題はその流れにちょうど沿うような問題となっています。

まずこの問題の主人公となる点は AG を $1:2$ に内分している点です。これにはまだ名前がついていないので K とおきます。この点 K に関する情報をまとめていきます。

K の存在条件としては

①線分 AG 上である

②三角形 EBD 上である

この二つの条件を満たしているのが点 K となります。

あとはこの 2 つの情報をベクトルとして式で表していきます。

直線上の点なので①の情報は

$$\overrightarrow{AK} = k\overrightarrow{AG}$$

と書けます。

次に三角形上の点なので②の情報は

$$\overrightarrow{AK} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AD} + \gamma\overrightarrow{AE} \quad (\alpha + \beta + \gamma = 1)$$

となります。

これら二つの情報を AB AD AE ベクトルが一次独立であることから、まとめていって k が $1/3$ とわかります。

この問題は空間ベクトルの一般的な流れを理解するには非常に適した問題なので、ぜひこの流れをマスターしてすらすら解けるようにしておきましょう。