Ｑ．（標準問題精講３　例題104）
解説の補助をお願いします。

(A)
$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$, $\omega=x+yi$　とおくと、
$x+yi$

$=r(\cos\theta+i\sin\theta)+\frac{1}{r(\cos\theta+i\sin\theta)}$

$=r(\cos\theta+i\sin\theta)+\frac{1}{r}(\cos\theta-i\sin\theta)$　($\frac{1}{\cos\theta+i\sin\theta}=\cos\theta-i\sin\theta$ を用いた)

$=(r+\frac{1}{r})\cos\theta+i(r-\frac{1}{r})\sin\theta$

ωの軌跡を知るためには、x,y についてわかればよい。

$x=(r+\frac{1}{r})\cos\theta$, $y=(r-\frac{1}{r})\sin\theta$

(1) $|z|=r_0$ であるから、
$r=r_0$ であり、

$a=r_0+\frac{1}{r_0}$, $b=r_0-\frac{1}{r_0}$　とおくと、

$x=a\cos\theta$, $y=b\sin\theta$
b の式を見て、b=0 となる場合があるので場合分けをします。
(ア) $r_0=1$のとき
a=2,b=0 であるから、$|x|\leqq 2$, $y=0$
したがって、ωは **2 点±2 を結ぶ線分を描く。**
(イ) $r_0>1$ のとき

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ($\frac{x}{a}=\cos\theta,\frac{y}{b}=\sin\theta$ より)

であるので、ωは楕円を描きます。
したがって、焦点を求めると、$\sqrt{a^2-b^2}=2$　であるので、
ωは**±2 を焦点とする楕円を描く。**

(2) $\arg z=\theta_0$のとき

$\frac{x}{\cos\theta_0}=r+\frac{1}{r}$, $\frac{y}{\sin\theta_0}=r-\frac{1}{r}$

ここで、$(r+\frac{1}{r})^2-(r-\frac{1}{r})^2=4$ に注意すると、

$(\frac{x}{cos\theta_0})^2-(\frac{y}{sin\theta_0})^2=4$

$(\frac{x}{2cos\theta_0})^2-(\frac{y}{2sin\theta_0})^2=1$ ……①

これは、±2 を焦点とする双曲線である。

ただし、x≧$2\cos\theta_0$ （$r+\frac{1}{r}$について相加相乗平均を用いた。）,y はすべての実数値をとる

ことから、

ωは**双曲線①の右半分を描く。**

この問題のポイントは最初の文字 z, ω の置き方です。