

Q. (標準問題精講 2B 例題 105)

解説の補助をお願いします。

A.

まず $f(t)$ のグラフを書くことを考える。

ポイントは $f(x)$ を書き実際に範囲を動かしてみて最大値を考えていくことである。

$$f'(t) = 6t^2 - 18t + 12 = 6(t-1)(t-2)$$

増減表は以下のようにになるとわかる。

t	...	1	...	2	...
f'(t)	+	0	-	0	+
f(t)	↗□	3	↘□	2	↗□

これより、p238 のグラフのようになる。

このグラフにおいて x を変化させて $x \leq t \leq x+1$ の範囲で最大となる点を考える。

ここで $x+1 \leq 1$ においては単調増加しているので $t=x+1$ となる。その後 $1 \leq t \leq 2$ において単調減少しているが最大値は $x=1$ で変化しない。その後 $x=1$ を過ぎると最大値が $t=1$ ではなくなり、 $t=x$ となる。一方、 $t=x+1$ についても増加する。すると $f(x)=f(x+1)$ が同じ場面が出てくる。それ以降は $t=x+1$ で最大となる。

$$f(x)=f(x+1) \text{ は } 6x^2 - 12x + 5 = 0 \text{ より、} x = \frac{6 \pm \sqrt{6}}{6} \text{ となる。ここで } 1 < x \text{ なので、} x = \frac{6 + \sqrt{6}}{6}$$

$$x+1 \leq 1 \quad g(x) = f(x+1)$$

$$x+1 \geq 1, x \leq 1 \quad g(x) = f(1)$$

$$1 \leq x \leq \frac{6 + \sqrt{6}}{6} \quad g(x) = f(x)$$

$$\frac{6 + \sqrt{6}}{6} \leq x \quad g(x) = f(x+1)$$

となる。

これをグラフにすると p239 のグラフのようになる。