

Q. (標準問題精巧 2Bp17 演習 3-2(2))

解説の補助をお願いします。

A. 解説の式(\*)は、(1)で扱った式から、 $x_1^p, x_2^p, \dots, x_r^p$ を除いたものであるから、(\*)を展開した式の文字の部分は、 $x_1^{p_1} x_2^{p_2} \dots x_r^{p_r}$ と表すことを考えたときに、「 $p_1, p_2, \dots, p_r$ のうちどれか一つが  $p$  で、他すべてが  $0$ 」という状況がないので、

$p_1, p_2, \dots, p_r$  はすべて  $p$  よりも小さくなります。……①

(1)の結果より、単項式の係数は  $p! / p_1! p_2! \dots p_r!$

と表せます。

もしここで、 $p_1, p_2, \dots, p_r$ のうちどれか一つが  $p$  であると分母、分子の  $p$  の倍数同士が打ち消しあって単項式の係数が  $p$  の倍数ではなくなってしまうますが、①より、そういったことは起こりません。

また、 $p$  は素数で、 $p_1!, p_2!, \dots, p_r!$  は  $p$  と互いに素であるので、単項式の係数は  $p$  の倍数ということになり、(\*)は  $p$  の倍数、すなわち  $p$  で割り切れます。