

Q. (標準問題精講 3 例題 39)

解説の補助をお願いします。

A. 簡単そうに見えて案外難しい問題です。

(1) シンプルな図ですが気付かないと難しいかもしれません。

与えられているのは角度と円の半径ですが、与えられた図のままだと半径の情報を使うことができません。そこで A や B などを通る補助線を引くことで無理やり半径の情報を使うことを考えます。PA と BQ に引くと直径に対する円周角は直角なので直角三角形が現れて三角関数で OPOQ を求めることができます。

あとは三角形の面積公式で求めるだけです。

(2) こちらも類題を解いたことがないと難しいでしょう。変数が二つあるときには、最初に片方を固定して最大値を求めてから、固定していた方を動かして最大値を求めるという二段階が必要です。

さらに固定する際には文字が一か所に固まった方が解きやすいのですが、今回はどちらも 2 つずつで解きにくそうだと考えます。そこでとりあえず積→和を試してみると、 $\theta + \phi$ と $\theta - \phi$ の二つで書き表せ、 $\theta - \phi$ は一か所にしかでてきません。よってその二つそれぞれを t, s などおいて、最初に t を固定して、最大値を出してから、 t を動かせば最大値を求めることができます。このような置き方があるのだということを知っていつでも使えるようになっておくことが一番大切です。