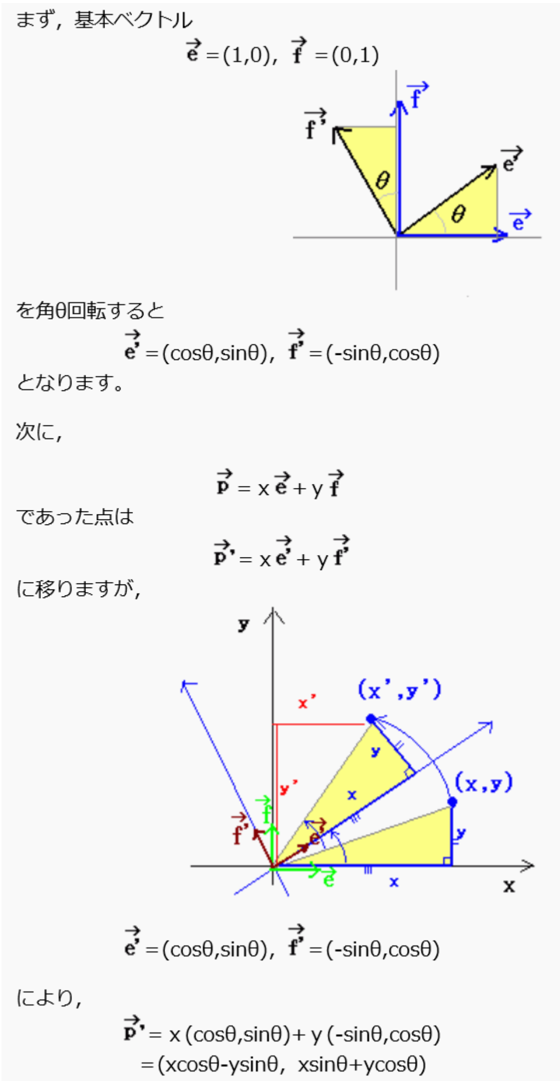
Q．（標準問題精講数学Ⅲ　P155　標問 66）
精講の X＝xcos θ−ysin θ、Y＝xsin θ+ycos θ が成り立つ理由が標問 94 を参照してもよくわかりません。

A．
標問 94 とは違うアプローチの説明を以下に載せます。
ただし、θ回転したときに X＝xcos θ−ysin θ、Y＝xsin θ+ycos θ であるという関係式を覚えておくことが重要で、これを説明できる必要はあまりないと思うので参考程度にしてください。

ベクトルを使った説明



ポイントは
座標を「x 軸方向、y 軸方向それぞれの単位（基本）ベクトルの実数倍の和」で表すと考えることです。
その単位ベクトルをθ回転させて、それらを再び同じように実数倍して足し合わせることで、回転後の座標を表します。
$cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$であることから、θ回転したあとの単位ベクトルの大きさも 1 になることを利用しています。

（参照）
http://www.geisya.or.jp/~mwm48961/kou2/linear_image3.html