

Q. (体系物理 p37 85 B(6))

解説の「水平方向について重心の位置は不変だから～」、というのがよく分かりません。

A. 重心の位置が不変である理由は、外力が働かないからです。

例えば質量がそれぞれ m , M の二つの質点があったとします。それぞれの位置座標を x , X として外力が働かないとすると運動方程式は一次元で

$$mx''=F$$

$$MX''=-F$$

のように書けます。(「'」は時間微分を表す)

両辺足して $(m+M)$ で割ると

$$(mx''+MX'')/(m+M)=0$$

となります。これは重心の加速度を表しています。加速度が 0 ということは速度は一定。初速度 0 ならずっと 0。つまり位置は変わらないということです。

ここで、重心の位置を G とすると

$$G = \frac{mx + MX}{m + M}$$

ここで小球と台がそれぞれ右に Δx 、左に ΔX だけ移動したとすると重心は

$$G = \frac{m(x + \Delta x) + M(X - \Delta X)}{m + M}$$

これらが一致するので $m\Delta x = M\Delta X$ といえます。

また、運動量保存則からもこの式を導けます。

小球の右向きの速さを v 、台の右向きの速さを V とすると
運動量保存の法則から、

$$mv = MV$$

$$\therefore m \frac{\Delta x}{\Delta t} = M \frac{\Delta X}{\Delta t}$$

$$\therefore m\Delta x = M\Delta X$$

となります。