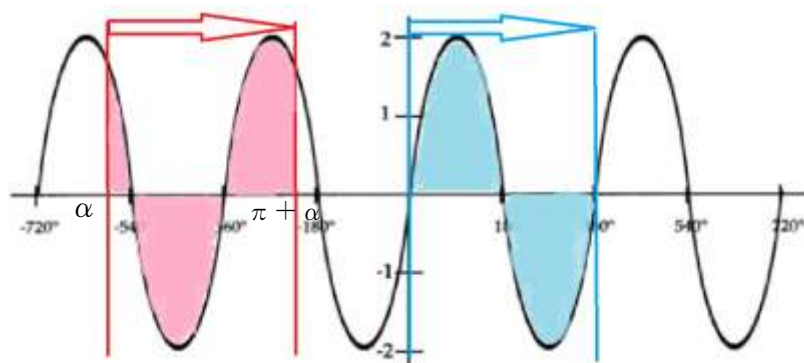


Q. (数3標準問題精講 P142 演習 60)

やり方を覚えてしまってよいのでしょうか。

A. 「 n を整数、 $f(x)$ を周期が p の連続関数とするとき、任意の実数 α に対して $\int_{\alpha}^{\alpha+np} f(x) dx = \int_0^{np} f(x) dx \dots \textcircled{1}$ が成り立つ」とは、簡単に言うと、「周期関数であれば、積分の幅が周期の整数倍であれば積分範囲を左右に移動しても結果は変わらない」ということです。

この式は、三角関数などの周期関数の面積を求めるなどといった積分問題で使うと非常に便利になることがあります。例えば、 $f(x)=\sin x$ として考えてみましょう。



$\sin x$ は周期 π (180°) の連続関数なので、この $\textcircled{1}$ 式を利用することができます。

まず赤の範囲を $\alpha \rightarrow \pi + \alpha$ とするとき、 $\int_{\alpha}^{\pi+\alpha} \sin x dx$ は α が有名角で $\sin \alpha$ の値が求められるもの以外は値を計算することができません。しかし、 $\textcircled{1}$ の式を使うと、青の範囲 ($0 \rightarrow \pi$) で計算するのと等しいということがわかります。青の範囲であれば $\sin \pi$ 、 $\sin 0$ の値を代入して積分値を求めることができます。

このように、求めにくい積分値を求めやすい区間に置き換えて求めるのに使うのがこの $\textcircled{1}$ 式です。

※ただし、被積分関数、積分区間の幅などに制限があることに注意して利用してください。

本問は、上記の内容を使うために $\textcircled{1}$ 式を証明する問題です。この問題で式変形のやり方を覚えるというよりは、この式自体を覚えて積分の問題で利用できるようにしておくことが先決だと思います。そのうえで、この式を自分で証明できるようになっておけば記述の問題にも完璧に対応することができます。ですが、まずはこの式自体の指している意味と利用方法を覚えましょう。