

Q. (基礎問題精講 2B p204 例題 132)

別解の格子点の総数を求めるときの Σ 計算で $k=1$ から始まることが分かりません。奇数と偶数で分けたときに数え方が異なるのでしょうか？

A. 別解のやり方では、偶数と奇数の場合で Σ の書き方(中身)が異なるので場合わけをしています。

本解の場合であれば $x=k$ の時の格子点の個数は必ず一通りで書き表せます。

ところが、別解の場合、 n が偶数か奇数かで、一番右端の点が含まれるか含まれないかという部分において数え方に差が出てきてしまいます。なので、場合わけしているというわけです。

次に最初の n の値についてです。

$y=2k$ においては $k=0$ の時の $y=0$ の直線を最初に考えます。一方、 $y=2k-1$ においては $y=0$ で考えてしまうと $y=-1$ となってしまいます。本当は $y=1$ の直線から考えなければならないので、 $k=1$ の場合から数え始めるということになります。

格子点の個数の問題では常に xy どちらの直線上の点で数えるか、ということを考えなければなりません。必ず数えやすいほうが存在するはずなので、両方を検討したのち、数えやすいほうを選ぶようにしましょう。