

Q. (基礎問題精講 1A P101 例題 58(2))

$0 < a < \frac{36}{5}$ と $0 < a < 5$ とをどうしてあわせる必要があるのか、どう計算したら $a = \frac{31}{15}$ になるか教えて下さい。

A.

解答のように、メネラウスの定理から

$$3ab + 24a - 35b = 0 \cdots\cdots\textcircled{1}$$

が示され、方べきの定理から

$$6b = 5a \cdots\cdots\textcircled{2}$$

が示されます。また、①②から b を消去して解くと

$$a = 0, \frac{31}{15} \cdots\cdots\textcircled{3}$$

となります。これらの導き方は問題集の解説に詳しい導出過程がありますので問題ないかと思います。

ここで、問題文の条件より、 a , b は

$$0 < a < 5 \cdots\cdots\textcircled{4}$$

$$0 < b < 6 \cdots\cdots\textcircled{5}$$

を同時に満たしている必要があります。②を使って⑤から b を消去し、 a について解くと

$$0 < a < \frac{36}{5} \cdots\cdots\textcircled{6}$$

となりますので、 a は④⑥の両方を同時に満たしている必要がある事になります。

よって④⑥の共通部分をとると

$$0 < a < 5 \cdots\cdots\textcircled{7}$$

となることが分かります。

以上で示したように、④⑥をあわせる必要があるのは、問題文に④⑤が書かれているので、これらを同時に満たす必要があるためです。

また、③の a の値のうち、⑦の範囲に存在するものは $a = \frac{31}{15}$ だけですので、これが求める値になることが分かるかと思います。