

Q. (数 2B 標準問題精講 P266 標問 118 (1))

$S_n$  が  $k=1$  から  $n$  ではなく、 $k=0$  から  $n-1$  の部分の解説をお願いします。

A.

横幅  $\frac{1}{n}$ 、高さ  $f(\frac{k}{n})$  の水色の長方形を合わせた面積が  $S_n$  です。

ここで注意してほしいのが、各長方形の左側が曲線と接するようになっているところです。

図にもあるように、一番右の長方形は  $x=1$  の一つ前の  $x = \frac{n-1}{n}$  のところで曲線と接する

点を取り高さにしています。※一番右の長方形の面積 = (底辺) × (高さ) =  $\frac{1}{n} \times f(\frac{n-1}{n})$

ここで、長方形の設定の仕方を考えると、 $x = 0 \sim 1$  の区間を  $n$  等分しているため、長方形は  $n$  個できるはずで

一番最後の右端にある長方形が  $k=n-1$  なので、ここから  $n$  個戻ると考えると、始点は  $k=0$  になることがわかります。

図で一番左端の長方形は、底辺が  $x=0 \sim \frac{1}{n}$  の幅  $\frac{1}{n}$ 、高さは  $f(\frac{0}{n})$  ですが、高さ = 0 になるので面積は 0 になります。

今回の問題は、微小長方形の左辺で曲線を近似しているため  $k=0 \sim n-1$

一方、右辺で曲線を近似した場合は一つ目の長方形の高さが  $f(\frac{1}{n})$ 、最後  $n$  番目の長方形の高さが  $f(\frac{n}{n})$  となるので  $k=1 \sim n$  になります。

いずれも区間が  $n$  個で長方形は  $n$  個になりますが、長方形の左右どちら側で曲線を近似するかによって始点と終点がずれることに注意してください。