

Q.(数 2B 標準問題精講 P232 標問 102)

$f(x)$ のグラフのイメージは、(i)のとき 基礎問 2B P152 にあるようなグラフ、(ii)のとき 標問 2B P238 にあるようなグラフ (形状のみ参考) でよいでしょうか。

回答

(i) の場合、 $g(x)$ の部分の符号は変化しないので、一回微分の $f'(x)$ の符号は $(x-1)$ の部分によって決まるということになります。例えば $g(x)$ が常に正と仮定すると、増減表は

x		1	
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘		↗

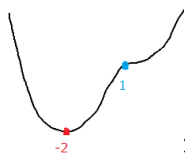
となります。 $f(x)$ の $x=1$ を境に一度だけ増減が変化するのでイメージとしては右のようになります。



(ii) の場合、 $x=1$ のとき $g(1)=0$ となることから、 $a=-6$ とわかり一回微分の $f'(x)$ は $f'(x)=4(x-1)^2(x+2)$ の形になります。よって、1に加えて $x=-2$ でも $f'(x)=0$ となり、増減表は

x		-2		1	
$f'(x)$	-	0	+	0	+
$f(x)$	↘		↗		↗

となります。 $x=-2$ で $f(-2)$ は極値となりますが、 $x=1$ では $f'(1)=0$ となるものの前後で符号変化はないので、グラフの形状は



のイメージです。(汚い図ですみません。。。)

基礎問 2B P152 のグラフは $f'(x)=0$ となる x が1つあるもののその前後で符号変化なし
 標問 2B P238 のグラフは $f'(x)=0$ となる x が2つ存在し、どちらも前後で符号変化する
 となります。実際に増減表を書いて $f'(x)$ の符号変化を確認すると分かりやすいと思います。
 なお、 $f'(x)=0$ となる x すべてで極値をとるわけではないことに注意してください。