

Q. (数学問題精巧 2 p329 147)

P_k と P_{k-1} の関係式の導き方がわかりません。

A.

$P_n = t^n + \frac{1}{t^n}$ であることから、 $k+1$ 、 k 、 $k-1$ をそれぞれ代入して

$$P_{k+1} = t^{k+1} + \frac{1}{t^{k+1}}, P_k = t^k + \frac{1}{t^k}, P_{k-1} = t^{k-1} + \frac{1}{t^{k-1}}$$

$$P_{k+1} = t^{k+1} + \frac{1}{t^{k+1}}$$

$$= t \cdot t^k + \frac{1}{t} \cdot \frac{1}{t^k}$$

$$= \left(t + \frac{1}{t}\right) \left(t^k + \frac{1}{t^k}\right) - \left(\frac{1}{t} \cdot t^k + t \cdot \frac{1}{t^k}\right)$$

$$= \left(t + \frac{1}{t}\right) \left(t^k + \frac{1}{t^k}\right) - (t^{k-1} + \frac{1}{t^{k-1}})$$

$$= x \cdot P_k - P_{k-1}$$

これで P_{k+1}, P_k, P_{k-1} についての関係式が導かれました。