

Q. (基礎問題精講 2B 例題 127)

解説の補助をお願いします。

A.

$$S_n = -6 + 2n - a_n \cdots \textcircled{1}$$

これまで解いてきた漸化式では、隣接する項 ( $a_n$  と  $a_{n+1}$ ) の関係式と、初項( $a_1$ )とが与えられ、それをもとに一般項 $a_n$ を求めてきました。

今回の問題では、数列の和 $S_n$ しか与えられていないため、これをもとに (1) 初項( $a_1$ ) と (2) 隣接する項 ( $a_n$  と  $a_{n+1}$ ) の関係式 をまず求めていきます。

(1)

与えられているのは数列の初項から第  $n$  項までの和ですが、初項 $a_1$ を第 1 項までの和 $S_1$ として見ると $a_1 = S_1$ です。これを利用して初項を出します。

(2)

$$S_{n-1} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1}$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n$$

であるので、 $S_n - S_{n-1} = a_n$ です。

与式①から $S_n - S_{n-1}$ を計算し、これを $=a_n$ とすると $a_{n-1}$ と $a_n$ についての関係式が分かります。(2)で訊かれているのは  $n$  と  $n+1$  の関係なので、これに合わせて一つずつ項をずらして $a_{n+1} = pa_n + \sim$ の関係式の形にします。

(3)

(1)、(2) で初項( $a_1$ )と隣接する項 ( $a_n$  と  $a_{n+1}$ ) の関係式がそれぞれ求められたので、これをもとに一般項 $a_n$ を求めます。このあとの流れは $a_{n+1} = pa_n + r$ 型の漸化式を解く方法と同じで、特性方程式を利用して等比数列型に変形することで求めていきます。

このように数列の和 $S_n$ が与えられている問題のポイントは

$a_1 = S_1$ 、 $S_n - S_{n-1} = a_n$ の関係に気付いて、一般の漸化式の問題の流れに持ち込むことです。意外と思いつきにくいのですが、覚えてしまえば当たり前なので $S_n$ を見たらすぐにこの二つが浮かぶようにしておきましょう。