

Q. (基礎問題精講 2B p175 演習 113)

解答に「6でわると1不足する自然数」とあり、等差数列を小さい順に実験的に並べた結果を見ればそれを理解できますが、並べる前に計算などでそれを判明できるでしょうか？

A.

(考え方1)

2でわったら1余り、3でわったら2余るような数を x とおくことにします。

x は2でわると1余るので、 x に1を加えた数 $x+1$ は2でわり切れることになります。

同様に、 x は3でわると2余るので、 $x+1$ は3でわり切れることになります。

よって、 $x+1$ は2でも3でもわり切れますので6の倍数であり、

$$x+1 = 6n \quad (n: \text{自然数}) \dots\dots ①$$

と表せます。①より

$$x = 6n - 1$$

となりますので、これは明らかに6でわると1不足する自然数になっていることが分かるのではないかと思います。

(考え方2)

「2でわると1余り、3でわると2余る自然数」を N とすると、 $N=2n+1=3m+2$ (n, m は0以上の整数)と表せます。これより、 $2n=3m+1$ と変形でき、両辺が偶数となるので、 $m=2p-1$ (p は自然数)とおけます。

したがって、代入して、 $N=3m+2=6p-1$ となるので、自然数は「6でわると1不足する自然数」とわかります。