

Q. (基礎問題精講 2B 例題 134 (2))

解説の補助をお願いします。

[回答者の頭の中]

この階段の問題では(1)で具体的な数値で実験させ、(2)で漸化式を作り a_n を求めてみようという問題構成である。ですから、規則性や繰り返しというものに着目して(1)では試してやってみるということが必要です。

[解説]

(1)5 段の時はまず 1 段めから 1 段上がるか 2 段あがるかと検討していかなければならない。つまり $1 \rightarrow 1 \rightarrow 1 \rightarrow 1 \rightarrow 1$ か $1 \rightarrow 2 \rightarrow 2$ かこのような組み合わせを $(1, 1, 1, 1, 1)$ $(1, 2, 2)$ というように書く。この組み合わせを考えると、つまり 1 と 2 をたして 5 を表す表し方にある。

よって $(1, 1, 1, 1, 1)$ $(1, 1, 1, 2)$ $(1, 2, 1, 1,)$ $(1, 1, 2, 1)$ $(2, 1, 1, 1,)$ $(1, 2, 2)$ $(2, 1, 1,)$ $(1, 2, 1)$ の 8 つある。

(2)

(ア)実験するのみ

(イ)一見漸化式でつくれなさそうである。だが実験から考えてみるとできる。例えば 7 について考えれば良い。5 までの表し方が 8 種類あり、そこから 2 段進み 7 段になるのは 8 種類である。6 までを 13 となるから、6 から 1 段飛び 13 種類となる。よって $13+8=21$ となる

ここで、5 から 7 に飛ぶ時 6 は通らないので、5 から 2 段飛ばし 7 と 6 から 1 段上がり 7 に行く事象は排反である。

また 5 から 7 へ 1 段ずつか、2 段一気に飛ぶかの 2 通りで $8 \times 2=16$ とするのは間違っている。このとき 4 から 5 を飛ばして 6 にきて 7 に行く場合を考えていないからである。

これより、 a_{n+2} には a_{n+1} から 1 段上がるのと、 a_n から 2 段上がるので $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ となる。

(ウ) $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ をひたすら繰り返せばよい。