Q．（基礎問題精講 3 p125 演習 69）
解答で、(i)の条件に「x=1 に関して対称である」と書いてありますが、どうしてか分かりません。
f(x)=f(−x)が成り立てば偶関数であるのはわかります。その対象軸がどこにくるかわかりません。

A．f(x)が x=a という直線に関して対称になるのはどのような条件のときなのでしょうか。おっしゃる通り f(x)=f(-x)が成り立つと y 軸対称なので、偶関数となります。これをもとに考えてみます。
ある関数 f(x)が x=a で対称だとします。ここで(b,f(b))という点と x=a に関して対称な点について考えてみましょう。その点を(c,f(c))とします。これらの 2 点を x 軸方向に-a 平行移動するとそれぞれ(b-a,f(b-a)),(c-a,f(c-a))となります。x 軸に関して対称なので b-a=-(c-a)が成り立ち、c を b で表すと、c=2a-b となります。x=b と x=c は x=a に関して対称であり、f(b)と f(c)の値が一致するので、f(b)=f(2a-b)が成立します。b を x に置き換えてまとめると、関数 f(x)が x=a に関して対称なとき、f(x)=f(2a-x)が成立します。
以上のことから、f(x)=f(2-x)とあるので、上の式と見比べて a=1 について対称なのだとわかります。
これは公式として覚えるよりも毎回 x=a に関して対称な点は？と思って上に書いたように考えるとよいでしょう。この考え方が線対称に関する考え方の基本になります。

また、以上のように考えるのが面倒くさければ、x=0 代入して f(0)=f(2)が成立、x=-1 代入して f(-1)=f(3)が成立というように、x に適当な値を代入していけば、軸を判断することもできますが、上の考え方が本質なのでそちらをしっかり理解しましょう。