Q．（合格る計算 1a2b　p178 類題 84B(4)）
bk=a2k-1 とおくとありますが、これ自体を求めるにはどの様に考えたらいいのでしょうか？

A．最終的に問われているのが、$a_1+a_3+a_5+\ldots+a_{2n+1}$ つまり数列a_nの奇数番目の項の和です。
等比数列の和を求める公式は、連続する項の和を求める式なので一つ飛ばしの和を求めることができません。
そこで、奇数番目の項を抽出して新たな数列を作れば和の公式で和を求めることができる、という発想になります。

では、なぜ bk=a2k-1 とおくかについてですが、k=1 のとき a1=b1 なので数列 an と bn の初項をそろえることができるからです。b1 から bn+1 までの和を求めます。
$a_1+a_3+a_5+\ldots+a_{2n+1}=b_1+b_2+b_3+\ldots+b_{n+1}$
※末項がb_{n+1}　になる説明は、解説をご参照ください。

奇数項を抽出するという意味では、色つきの部分が奇数を表せばよいので
bk=a2k+1 など他にも置き換えができますが、この場合 k=0 のとき a1=b0 となり、元の数列 an と初項がずれて b0 から bn までの和をとることになります。
$a_1+a_3+a_5+\ldots+a_{2n+1}=b_0+b_1+b_2+\ldots+b_n$

元の数列の和で与えられている部分を、置き換えた後の数列の和が過不足なく網羅できているかどうかに注意してください。