

質問内容

途中の計算過程がわからない。特に $(a-b)(b-c)(a-c)$ とおくところから。分子の $(b-c)$ を前に出していくまでの考え方、コツがあれば教えてほしい。

回答

式変形を詳しく解説していきます。

$$(\text{与式}) = \frac{bc}{(a-b)(a-c)} - \frac{ca}{(a-b)(b-c)} + \frac{ab}{(b-c)(a-c)}$$

まず、与式の分母を見やすくするために、 $(a-b)$ 、 $(b-c)$ 、 $(a-c)$ だけが現れるよう、符号を前に出しました。

$$\begin{aligned} &= \frac{bc(b-c)}{(a-b)(b-c)(a-c)} - \frac{ca(a-c)}{(a-b)(b-c)(a-c)} + \frac{ab(a-b)}{(a-b)(b-c)(a-c)} \\ &= \frac{bc(b-c) - ca(a-c) + ab(a-b)}{(a-b)(b-c)(a-c)} \end{aligned}$$

次に、第一項目の分子分母に $(b-c)$ 、第二項目に $(a-c)$ 、第三項目に $(a-b)$ をかけて通分をしました。以後、分子の計算を行っていきます。

$$= \frac{b^2c - bc^2 - a^2c + ac^2 + a^2b - ab^2}{(a-b)(b-c)(a-c)}$$

分子の $()$ を外しました。

$$= \frac{(b-c)a^2 - (b^2 - c^2)a + bc(b-c)}{(a-b)(b-c)(a-c)}$$

分子は、 a 、 b 、 c に関して次数は全て2なので、どの文字に注目しても同じです。ここでは a に注目して、 a に関する降べきの順に並べ替えてまとめました。このように、文字式の計算をする上で、最低次数の文字で降べきの順に並び替える事は式変形の基本となります。

$$\begin{aligned} &= \frac{(b-c)a^2 - (b-c)(b+c)a + bc(b-c)}{(a-b)(b-c)(a-c)} \\ &= \frac{(b-c)\{a^2 - (b+c)a + bc\}}{(a-b)(b-c)(a-c)} \\ &= \frac{a^2 - (b+c)a + bc}{(a-b)(a-c)} \end{aligned}$$

分子の a の係数を整理すると共通因数 $(b-c)$ が現れたので、くくりだして分子分母を $(b-c)$ で割りました。

$$= \frac{(a-b)(a-c)}{(a-b)(a-c)} = 1$$

分子は $(a-b)(a-c)$ と因数分解できるので、約分できて最終的に1になります。

以上で見たように、文字式の計算を行う上で最も重要な事は、因数分解を行い、文字式を整理することです。因数分解の手順は、

- ①最低次数の文字で整理
- ②共通因数をくくりだす
- ③因数分解の公式を使う

の順番で行います。今回は分数の計算になったため、通分などをする必要がありましたが、式変形の基本は因数分解と、因数分解を行うための同類項の整理(展開)であると考えてもらえれば良いと思います。

もちろん、例外もありますので、色々な問題に触れて式変形に慣れていくことが重要です。