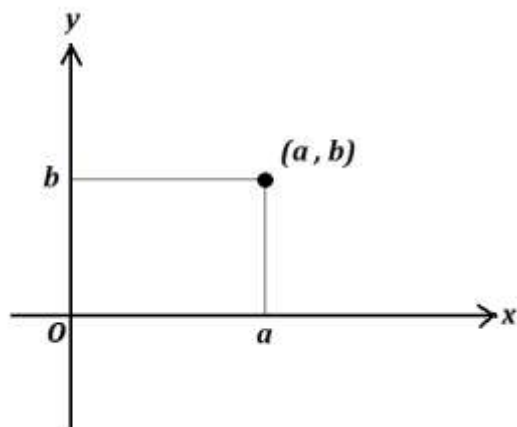


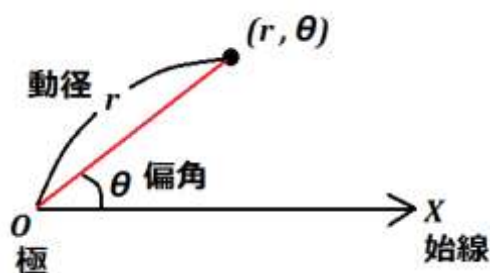
Q. (基礎問題精講数学 3 P20 例題 9)

解説の補助をお願いします。

A.



平面において、点や直線の位置を表す方法として座標があります。その中で最も馴染み深いのが  $x$  軸と  $y$  軸を使った直交座標系(デカルト座標)です。



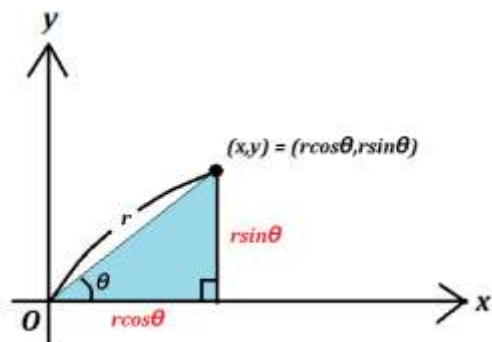
一方、極と呼ばれる点から  $r$  だけ離れ、始線とよばれる軸から  $\theta$  回転した位置にある点を表す座標を極座標系と言います。

$r$  を動径、 $\theta$  を偏角と言います。

この座標を用いることで、円などの特殊な図形を解析しやすくなることがあります。

2つの変数( $r, \theta$ )を使って点の位置を表します。

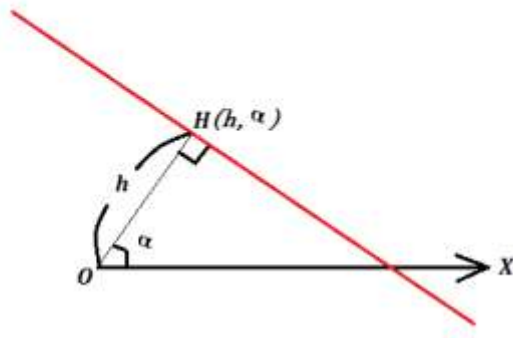
極と始線は、それぞれ直交座標における原点と  $x$  軸にあたりと考えると考えます。したがって極座標と直交座標の置き換えは、以下の図の直角三角形に注目して



$$\begin{aligned}x &= r \cos \theta \\y &= r \sin \theta \\x^2 + y^2 &= r^2\end{aligned}$$

となります。

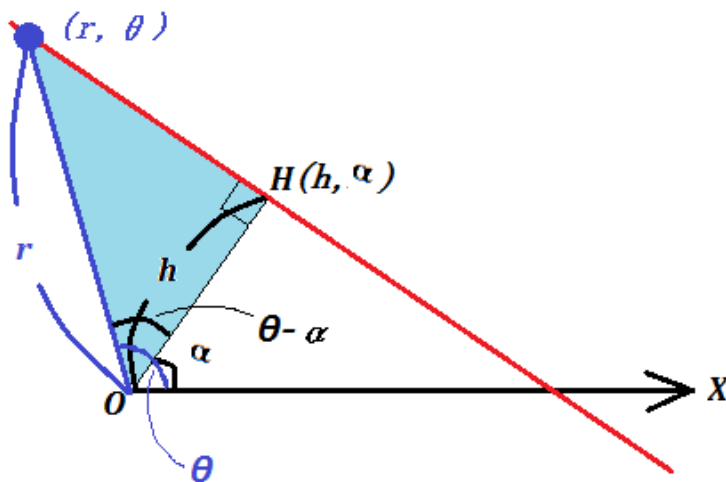
直線の式を、極座標を用いて表すことを考えましょう。



図のような直線を考えます。極  $O$  から直線に下ろした垂線の足を  $H$  とします。 $O$  と  $H$  の距離を  $h$ 、 $OH$  と始線の成す角を  $\alpha$  とすると、 $H(h, \alpha)$  と表すことができます。

直線上の任意の点  $(r, \theta)$  と  $h, \alpha$  との関係式を作ります。つまり極座標における直線の方程式を導き出します。

ここで  $r, h$  を含む直角三角形に着目します。



図の青い直角三角形について、 $r$  と  $h$  の三角比は

$$\frac{h}{r} = \cos(\theta - \alpha)$$

となっていて、これを式変形すると

$$r \cos(\theta - \alpha) = h$$

となります(変数は  $r$  と  $\theta$  で、 $h$  と  $\alpha$  は定数であることに注意してください)。

この問題では、与えられた極方程式と直線の方程式を比較し、 $h$  と  $\alpha$  に当てはまる値を求めることでどのような直線かを図示することができます。