

Q. (数 2B 標準問題精講 P58 標問 24 (2))

数 3 基礎問題精講 演習 80 と少し似ているような感じがするのですが、この問題も微分を使っても解けるのでしょうか？

A.

数 3 演習 80 の方は、 $a=f(x)$ の形に直すのが簡単なので

「 $2x^3-3ax^2+8=0$ の解の個数」を「直線 $y=a$ と曲線 $y=f(x)$ の交点の個数」と置き換えて考える方法で解くことができます。この方法では、関数 $f(x)$ のグラフを描いて、それとの交点を考えるために x 軸に平行な直線 $y=a$ を上下させることで考えていきます。まずは関数 $f(x)$ のグラフを描くことが必要なので、増減表を書くために必然的に微分することになります。

一方、数 2 標問 24 の方は、 t についての方程式が $t^4+xt^2+y=0$ です。第一に、 t にかかっている係数が演習 80 のように a 1 つだけではなく、こちらでは x と y の二種類出てきています。この時点で $a=f(x)$ の形に直して二つのグラフの交点を方程式の解として考えるという方法で解くのは不適切であるとわかります。そのため、グラフの増減表が必要ないので、微分をする必要もありません。

二つの問題は、

- ・「方程式の係数の条件から方程式の解の個数を調べる」

という点では類似していますが、

- ・「方程式の形」

- ・「係数の文字の個数」

が異なっているので、それぞれ適切な解法が異なります。

数 2 の方の問題はあくまで領域の問題であり、最終的には x, y 両方の条件が必要になるということに注意してください。