Q.（体系物理 P112　241）
光のドップラー効果の式がどうしてこうなるかがよく分かりません。

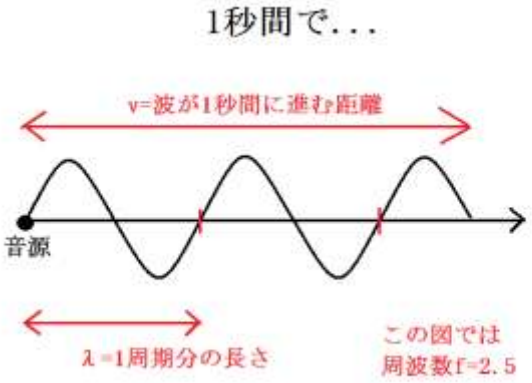
A.波動の分野で登場する公式は他の分野に比べると遥かに少ないです。しかしその分**公式に頼ることが難しく、現象の様子をはっきり理解できていないと手の出しようが無くなってしまいます**。まずは公式をおさらいすることで波動を基本から見直してみましょう。

この問題では光のドップラー効果を音のときと同様に扱ってよいという但し書きがあります。なので音のドップラー効果に倣って考えましょう。
まずは問題の解説に入る前に、音のドップラー効果の式を理解しやすくするため、波の基本式とドップラー効果の式をおさらいしましょう。

波の基本式は

$$v = f\lambda$$

です。実はこの式は、単位時間当たりに関する情報を教えてくれています。



vは、単位時間に波の進む速さ**(=1 秒間に波の進む長さ)**を表します。
λは波の波長**(=波 1 周期分の長さ)**を表します。

基本式を変形すると

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

で、周波数は(1 秒間に発せられる波の長さ)を、(1 周期分の波の長さ)で割ったものであることを表しています。つまり周波数は **1 秒間に出た波に含まれる 1 周期分の波の個数**を表しています。

$v = f\lambda$は 1 周期分λの長さの波が 1 秒間にf周期分あるとき、波の長さはvである、という意味で理解しておきましょう。

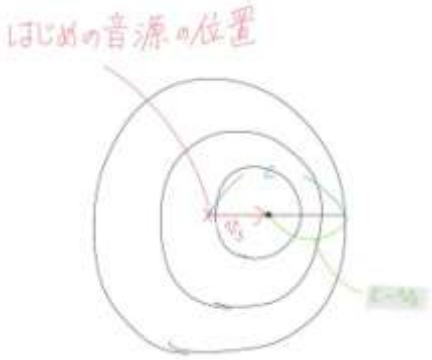
次にドップラー効果の式をおさらいしましょう。

音源自身が観測者にv_sの速さで近づき、観測者は音源からv_oの速さで遠ざかるとします(ただし、v_sとv_oはいずれも音速cよりも十分遅いとします)。

※添え字の $_s$と $_o$はそれぞれ音源($source$)と観測者($observer$)のことを指します。

(Ⅰ)音波が音源から発せられたとき

例)1 秒間に 3 つの波が発せられたとき



音源から周波数f_sの音が 1 秒間発せられるとき、最初に発せられた音波はc(←速さ=1秒間に進む距離だから)進んでいますが、**音源自身がv_s進む**ため、1 秒間の波の長さは$c-v_s$と短くなります。

しかし周波数(=波の個数)f_sは変化しないので、波長が短くなることになります。このときの音源の波長λ_sは、基本式より

$$\lambda_s = \frac{c-v_s}{f_s}$$

となってドップラー効果が無い場合($\lambda_s = \frac{c}{f_s}$)より短くなっていることが式からも分かります。

(Ⅱ)音波が空中を伝うとき

風がない場合、音は一度発せられて**空中を伝うときは常に音速cで進みます**。

(Ⅲ)音波が観測者に届くとき

観測者に届くとき音波の速さはcですが、**観測者はv_oの速さで遠ざかっている**ので、観測者にとっての音の速さは$c-v_o$となります。波長はλ_sとなっているので、**観測者が**観測する周波数をf_oとすると、

$$f_o = \frac{c - v_o}{\lambda_s}$$

となります。これにさきほどのλ_sを代入すると、

$$f_o = \frac{c - v_o}{\frac{c - v_s}{f_s}} = \frac{c - v_o}{c - v_s} f_s$$

となります。

以上のことを表にまとめると、以下のようになります。

	(Ⅰ)	(Ⅱ)	(Ⅲ)
波の(相対)速度	$c - v_s$	c	$c - v_o$
周波数	f_s	f_s	$f_o = \frac{c - v_o}{\lambda_s}$ $= \frac{c - v_o}{c - v_s} f_s$
波長	$\lambda_s = \frac{c - v_s}{f_s}$	$\lambda_s = \frac{c - v_s}{f_s}$	$\lambda_s = \frac{c - v_s}{f_s}$

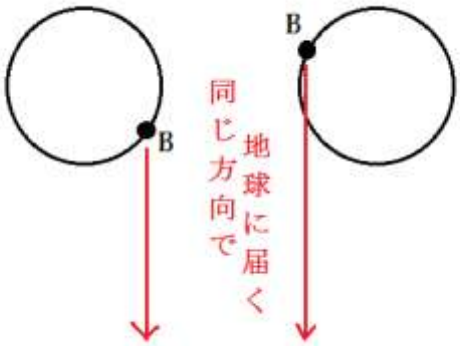
※灰色部分は基本式$v = f\lambda$により求めた部分です。

それぞれ音波と音源や、音波と観測者の(相対)速度が変わるためにドップラー効果が起こります。この表はただ丸暗記するのではなく、なぜこのような値になるのかを理解しましょう。

ここまで復習したところで、本問の解説に移ります。

等速円運動をする星Bから光波が発せられます(正確には星Bが太陽光を反射しているのですが、ここでは気にしないでおきましょう)。その光が遥か遠くにある地球(観測地点)に届きます。テキストの図の遥か下方に地球があると考えてください。

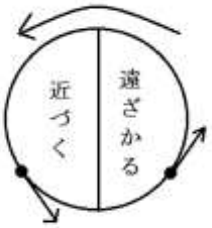
星 B と地球は遠く離れているため、星 B がどこにあっても、地球から見たら同じ方向から光が届くと近似できます。つまり、地球には常に同じ方向から星 B の光が来ているように見えるということです。



ドップラー効果が起こるかどうかを知るには、光源(音源)と観測者の相対速度(近づきや遠ざかり)に注目しましょう。

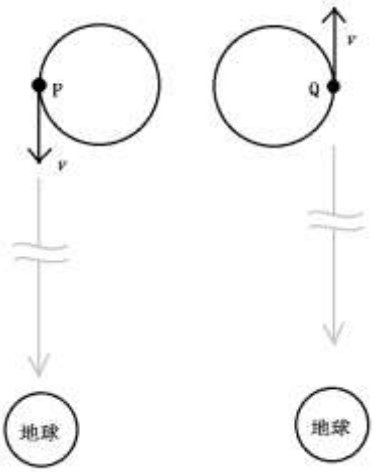
光源が等速円運動をしているとき、**光源と観測者を結ぶ直線方向**(本問の場合は方向の近似を考慮して**縦方向**)の速度成分に注目しましょう。

光源(星 B)は反時計回りに回っているので、**星 B が円軌道の左半分にあるときは地球に近づき、右半分にあるときは地球から遠ざかっている**ことが分かります。



これを踏まえて、条件が与えられている点 P、Q におけるドップラー効果を考えましょう。

点 P では光源が地球に近づいており、近づく速さは星 B の動く速さに等しいのでvです。
一方で点 Q では光源は地球から遠ざかっており、遠ざかる速さは星 B の動く速さに等しいのでvです。



したがって光源から発せられた光波の波長をλ_0、点 P、Q で観測された波長をそれぞれλ_P、λ_Qとすると、**表における観測者の波長の式**が適用できます。

$$\lambda_P = \frac{c - v}{f_0}$$

$$\lambda_Q = \frac{c - (-v)}{f_0}$$

※表の式は**音源が近づくときを正**としていますので、**遠ざかるときは$-v$**を式に代入します。
いま、f_0は**音源が発した周波数**そのものなので、基本式より$f_0 = \frac{c}{\lambda_0}$です。これを代入して

$$\lambda_P = \frac{c-v}{c}\lambda_0 \quad —①$$

$$\lambda_Q = \frac{c-(-v)}{c}\lambda_0 \quad —②$$

点 P で観測された波長はλ_0より0.10×10^{-10}だけ短く、点 Q で観測された波長はλ_0より0.10×10^{-10}だけ長いとあるので、

$$\lambda_P = \lambda_0 - 0.10 \times 10^{-10}$$
$$\lambda_Q = \lambda_0 + 0.10 \times 10^{-10}$$

これらの式と、

$$c = 3.0 \times 10^8$$
$$\lambda_0 = 5000 \times 10^{-10}$$

を①、②式のどちらかに代入することでvを求めることができます。どちらの式から求めてもvは同じ値になります。

ドップラー効果を起こす要因は、**光源(あるいは音源)と観測者が近づいたり、遠ざかったりすること**です。あくまで**両者を結ぶ直線方向に対してのみ考える**ことに気をつけましょう。

ドップラー効果を考えるときは具体的な式を持ち出す前に、まずは両者が近づくか遠ざかるかを**定性的に捉える**ことが重要です。またドップラー効果の式はただ丸暗記するのではなく、**音源や観測者が動くことで何が変化するのか(波長なのか、速さなのかなど)をしっかり理解しておきましょう**。