

Q.(標準問題精講 2B 例題 24)

「①が少なくとも1つの実数解をもつ」と「②が少なくとも1つ0以上の実数解をもつ」が同値である意味がわかりません。

A.

「①が少なくとも1つの実数解をもつ」 \Rightarrow 「②が少なくとも1つ0以上の実数解をもつ」
の証明

①の解を a とおくと、 $a^4+xa^2+y=0$ を満たす。

このとき、 $a^2=b$ となる b を置く。このとき $b \geq 0$ である。

b は $b^2+xb+y=0$ を満たすため、②が少なくとも1つ0以上の実数解 b を持つと言える。

「②が少なくとも1つ0以上の実数解をもつ」 \Rightarrow 「①が少なくとも1つの実数解をもつ」
の証明

②の解を b とおく。このとき $b \geq 0$ である。

このとき、 $a^2=b$ となる実数 a は必ず存在する。

この a は $a^4+xa^2+y=0$ を満たすので、示された。

ポイントは2乗に変換する際に u が正である場合しか対応する t が存在しないということです！