

Q.(数3 標準問題精講 p132 演習 56(2))

解説の補助をお願いします。

A.

(1)の結果より $A > 8$ の証明は $e^\pi > 21$ と同値であるということが出来ます。

次に $\pi > 3.14$ と与えられていることから $e^\pi > e^{3.14} = e^3 \times e^{0.14}$ と変形できます。

さらに $e > 2.71$ と与えられているので e^3 の方は 2.71 を三乗することで処理できます。

次に $e^{0.14}$ ですが、この処理には工夫が必要です。

e の大小関係で有名なものとして直線と比べるというものがあります

$y = e^x$ と $y = x + 1$ は $x = 0$ において接してあとは常に e^x の方が大きくなります。

x の値が 0 に近ければ近いほど二つの値が近くなります。今回 3.14 を 3 と 0.14 に分けて考えたのもそのためです。

よって $e^{0.14}$ に関しては上から 1.14 でおさえることができ、無事証明終了です。