

Q.(標準問題精講 2B p117 演習 52-1)

解答で直線 OM の式が②となるのがわかりません。

A. これは法線ベクトルの考え方を利用しています。

法線ベクトルとはある直線に対してそれに垂直となるベクトルのことです。

例えば、 $y=1/2x$ の直線の法線ベクトルの一つには $(1,-2)$ があります。

ここで「一つには」と書いたのは、ある直線に対して法線ベクトルは複数あるためです。

たとえば $y=1/2x$ の直線の法線ベクトルであれば $(2,-4),(-1,2)$ などが考えられ、どれも直線に垂直なベクトルとなっています。

次にある直線と法線ベクトルの関係についてです。

直線は必ず $ax+by+c=0$ という方程式に書き直すことができますが、このとき、この直線の法線ベクトルの一つに (a,b) があります。

なぜかという、 $y=$ の形直すと $y=-a/b-c/b$ となり傾きは $-a/b$ です。それに垂直な傾きは b/a ですね。よって傾き b/a と平行なベクトルの一つに (a,b) があるため、 $ax+by+c=0$ に垂直なベクトルの一つに (a,b) があると言えます。

このことを利用して解きます。

直線 $ax-by-2a-4b=0$ の法線ベクトルは $(a,-b)$ です。

よって、OM はこの直線に垂直なので $(a,-b)$ と平行であり、かつ原点を通るので直線の方程式が $bx-ay=0$ と定まります。