

Q. (基礎問題精講 2B 例題 117)

解説の補助をお願いします。

A.

[回答者の頭の中]

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n+1)$$

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

$\sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\}^2$  の公式を覚えておく

[解説]

この数列の特徴について考えていくと  $1, 1+2, 1+2+3, 1+2+3+4, 1+2+3+4+5 \dots$  となるので、第  $n$  項が  $1+2+3+4+5+6+\dots+n$  であるということである。

よって第  $n$  項は初項 1 公差 1 項数  $n$  の等差数列の和であるから、 $\frac{1}{2}n(n+1)$  となる。

第 1 項から第  $n$  項まで足し合わせる時、 $\sum_{k=1}^n \frac{1}{2}k(k+1) = \frac{1}{2} \{ \sum_{k=1}^n k^2 + \sum_{k=1}^n k \} = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$  となる。