

# 数学ⅡB 標準問題精講 解説

P350 | 標問156 (研究)

・点Pが平面ABC上にある条件 ( $l+m+n=1$ )、 $\triangle ABC$ 内にある条件 ( $l+m+n=1$  かつ  $l,m,n>0$ )

そもそも、空間上の点Pはどれも、3つのベクトル\*を用いることによって、

$$\overrightarrow{OP} = l\overrightarrow{OA} + m\overrightarrow{OB} + n\overrightarrow{OC}$$

と表現することができます。

<補足>

3つのベクトルというのは、互いに線形独立なベクトルのことです。

他の2つのベクトルを用いて残りの1つのベクトルを表現できない場合、線形独立であるといいます。

特に、点Pが平面ABC上にあるときは、 $\overrightarrow{OP}$

$$\overrightarrow{OP} = l\overrightarrow{OA} + m\overrightarrow{OB} + n\overrightarrow{OC} \quad (\text{ただし、} l+m+n=1)$$

と表すことができます。 $l+m+n=1$ という条件が加わったのです。

<例>

$$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} - \frac{2}{3}m\overrightarrow{OB} + \frac{5}{6}n\overrightarrow{OC}$$

その中でもさらに、点Pが $\triangle ABC$ の内側にあるとき、は、 $\overrightarrow{OP}$

$$\overrightarrow{OP} = l\overrightarrow{OA} + m\overrightarrow{OB} + n\overrightarrow{OC} \quad (\text{ただし、} l+m+n=1 \text{ かつ } l,m,n>0)$$

という条件が必要です。

<例>

$$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}m\overrightarrow{OB} + \frac{1}{6}n\overrightarrow{OC}$$

なので、「研究」のグラフにある△ABCの内部は  $(l, m, n) = (+, +, +)$  となっていますね。

一方、 $(l, m, n) = (+, +, -)$  となっている箇所は、

$$\overrightarrow{OP} = l\overrightarrow{OA} + m\overrightarrow{OB} + n\overrightarrow{OC} \quad (\text{ただし、} l+m+n=1 \text{ かつ } l, m>0 \text{ かつ } n<0)$$

という条件を満たしているときに、点Pが存在しうる範囲です。

<例>

$$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{5}{6}m\overrightarrow{OB} - \frac{1}{6}n\overrightarrow{OC}$$