

Q. (標準問題精講数学 I A P167 例題 74)

解説の補助をお願いします。

A.(1)

条件は $a \sim e$ がいずれも 0 以上の整数ということなので、「7 個のボールを 5 人に分配する。ただしボールを貰えない人がいてもよい」という問題に変換してもらおうとよいでしょう。そうすれば重複組合せの問題だと気付けます。

P167 の精講にあるように、 $7H5=(7+5-1)C7=11C7=330$ 通りとなります。

(2)

(1)と似ているようですが、この問題は $a \sim d$ が 0 以上ではなく、正です。しかし正ということは、各文字とも 1 以上であるので、例えば a なら、新たに 0 以上の整数 A を用いて $a=1+A$ と表せます。同様に 0 以上の整数 B, C, D を用いてそれぞれ $b=1+B, c=1+C, d=1+D$ となります。この関係を用いて条件式を 0 以上の整数 A, B, C, D で書き換えることで(1)と同じ考え方が適用できます。

条件式に代入すると

$$(1+A)+(1+B)+(1+C)+(1+D)=10$$

$$\Leftrightarrow A+B+C+D=6$$

となって、今度は「6 個のボールを 4 人に分配する。ただしボールを貰えない人がいてもよい」という問題に変換でき、これも重複組合せの問題になります。非常にオーソドックスな問題なのでこの考え方はしっかり頭に入れておきましょう。

答えは $6H4=(6+4-1)C6=9C6=84$ 通り

(3)

サイコロの目の積が奇数であるためには、出た目がすべて奇数でなければいけません。つまり 2, 4, 6 が 1 回も出ない場合を考えます。ここで気を付けてほしいのは、1, 3, 5 が全て出る必要はないということです。例えば 1, 3 だけ出てもよいですし、全て 1 が出ても条件を満たします。よって 1, 3, 5 の目の出る回数をそれぞれ p, q, r とすると、 p, q, r は 0 以上であり、合計 10 回出るので

$$p+q+r=10$$

という式が導き出せ、(1)と全く同様に解くことができます。

答えは $10H3=(10+3-1)C10=12C10=66$ 個