

数学III 基礎問題精講 解説

P57 | 必修基礎問34

・ $|z-p|$ は、複素数平面上の点 z と点 p の距離を意味する（「基礎問29」の復習）

まず前提知識として知っておかなければならないのは、

$|z-p|$ は、複素数平面上の点 z と点 p の距離を意味する

ということです。これは「基礎問29」のところで解説をしたので、わからない人、忘れてしまった人はそちらをまず読んでから、次を読んでください。

・ ① z の式を立てる → ② z に w を代入する → ③ 式の意味を捉える

さて、今回の「基礎問34」は、次の3つの力が試されています。

① z についての式が立てられるか

② 「 z についての式に、 w を代入し、 w についての式を求める」という方針が取れるか

③ w についての式から、それが何を表しているかを説明できるか

それぞれ見ていきましょう。

① z についての式が立てられるか

ここでは、問題文中の「複素数 z が、 $1+i$ を中心とする半径1の円周上を動くとき」を式に直すことができるかが問われています。

$|z-p|$ が z と p との距離を表すので、この問題では、 $|z-(1+i)|=1$ とすればいいですね。

② 「 z についての式に、 w を代入し、 w についての式を求める」という方針が取れるか

先ほど立てた z に、 z と w の式を代入します。そうすれば、 w についての式が出ますね。

このような方針を思いつく必要があります。

③ w についての式から、それが何を表しているかを説明できるか

z についての式が、 w についての式になりました。あとは式を計算して簡単にしていきます。

すると、解答では

$$|w+1| = |w-(-1-2i)|$$

という式になったようです。本当は、

$$|w-(-1)| = |w-(-1-2i)|$$

と式変形したほうが、わかりやすいです。こうすると、また $|z-p|$ の形が出てきましたね。
この方程式が表しているのは、

$$\text{「}w\text{と}-1\text{との距離」} = \text{「}w\text{と}-1-2i\text{との距離」}$$

ということですので、 w は、点 -1 と点 $-1-2i$ から同じ距離にある（つまり垂直二等分線上にある）ということ
を意味していることがわかります。