数学Ⅲ 基礎問題精講 解説

P86｜必修基礎問49

・左辺がこのままでは発散、右辺は収束。だったら、とりあえず左辺を不定形に！

(1)の式を見たときに気づかなければならないこと、それは、

左辺の分母が0になる（つまり、このままでは∞に発散しそう・・・）

ということです。

$$\lim_{x\to 2}\frac{}{x-2}$$

もし分子が定数になってしまったら、

$$\lim_{x\to 2}\frac{1}{x-2}=\infty$$

と、発散してしまいます。しかし、右辺は（3/4に）収束しますよね。
では、どう考えたらよいでしょうか？

もはやこの状況で収束するとしたら、分子も0に収束することが必要になります。
分子も0に収束したら、とりあえず不定形（0/0）になりますね。不定形だったら、まだ収束する可能性があります。ということで、解説にあるように、

少なくとも分子が0に収束する必要がある

となるのです。このように、右辺の分母が0に収束するのに、左辺は収束している場合、右辺の分子は0に収束する必要があるのです。

・左辺がこのままでは発散、右辺は収束。だったら、とりあえず左辺を不定形に！【(2)に対応】

左辺の第1項は、極限値が∞です。

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt{x^2-2x+4}=\infty$$

とすると、このままでは左辺は∞に発散してしまいそうです。右辺は0に収束するのに・・・。

もはやこの状況で収束するとしたら、右辺の第2項も極限値が∞に0になる必要がありそうです。
第2項も∞に発散したら、とりあえず不定形（∞-∞）になりますね。不定形だったら、まだ収束する可能性があります。ということで、解説にあるように、

少なくとも、$a>0$

となるのです。

＜補足＞

……

第2項である（ax+b）は、$x\to\infty$において、次の2つの場合しかありません。

$ax+b\to\infty$　（$a>0$のとき）
$ax+b\to-\infty$　（$a<0$のとき）

今回、収束するためには、$ax+b\to\infty$ になる必要があるので、必要条件は$a>0$となったのです。

……