

Q.(標準問題精講Ⅲ 例題 5)

解説の補助をお願いします。

A.

[回答者の頭の中]

まず問題をみて(2)の証明には(1)を使うということだと見て取れる。証明問題が2題並んでいたら(1)の証明できた答えを使うのだということがほとんどである。まず(1)については $(1+h)^n$ を見て2項定理かなというのを思いつく。ぜひこの形を見たら反応して欲しい。(2)については(1)を使うというのを意識してやる。hをうまく変えてrにして証明するのかなと考える。ここで $(1+h)^n$ と r^n の形がよく似ていること右辺にはnの関数が並んでいることを考える。 $1+h=r$ と考えるのがまず初めの実験で、すると nr^n が生まれそうにないと気づく。次に $1+h=\frac{1}{|r|}$ とおく以外にないのでこう置いてみる。このヒントとして(1)で出来た右側の関数がnhや $n(n-1)$ とあり式変形した時に $1+h=\frac{1}{|r|}$ だと nr^n を生み出せるという点に着目できるとよい。 $1+h=\frac{1}{|r|}$ とおいて見てnhを残しておくとうまくいかず第三項のみを残すとうまく0に収束した。これは何度か試してみて気づく以外にない。

[解説]

(1)に関しては2項定理に気づけばすぐにできる。

(2)に関しては $1+h=\frac{1}{|r|}$ とおくことにまず気づき、あとは(1)の右の項をどう残すとうまく0に収束するかを実験していき第三項のみ残すということに気づけばよい。試行錯誤が大切である。