Q.(標準問題精講Ⅲ　例題 15)
解説の補助をお願いします。

A.
ポイント:「3 回進めばもとのベクトルと同じ向きに並行で長さがa^3倍のベクトル」(精講より)に着目。

$\overrightarrow{\mathrm{A0A1}}$と$\overrightarrow{\mathrm{A3kA3k+1}}$は同じ向きのベクトル、$\overrightarrow{\mathrm{A1A2}}$と$\overrightarrow{\mathrm{A3k+1A3k+2}}$は同じ向きのベクトル、$\overrightarrow{\mathrm{A2A3}}$と$\overrightarrow{\mathrm{A3k+2A3k+3}}$は同じ向きのベクトルであるがそれぞれ、ベクトルの向きが異なるので 3 つに場合分けして考えなければならない。
そこで 3 つに場合分けして、3n まで足したものが$\overrightarrow{\mathrm{OA3n}}$となる。

よって、$\lim_{n\to\infty}\mathrm{OA3n}=\sum_{n=0}^{\infty}a^{3n}$ $(\overrightarrow{\mathrm{A0A1}}+\overrightarrow{\mathrm{A1A2}}+\overrightarrow{\mathrm{A2A3}})$と言い換えることができる。

$\overrightarrow{\mathrm{A0A1}}$、$\overrightarrow{\mathrm{A1A2}}$、$\overrightarrow{\mathrm{A2A3}}$はそれぞれ求められるので$\overrightarrow{\mathrm{A0A1}}+\overrightarrow{\mathrm{A1A2}}+\overrightarrow{\mathrm{A2A3}}$は計算可能。

また、$\sum_{n=0}^{\infty}a^{3n}$は、公比$a^{3n}$の∞等比級数から、公式$\sum_{n=1}^{\infty}ar^{n-1}=\frac{a}{1-r}$ (ただし、a≠0 かつ|r|＜1)に代入して求められる。

いま、$\overrightarrow{\mathrm{OA3n}}$までしか考えていないが、はじめに 3 つに場合分けしているので$\overrightarrow{\mathrm{OA3n+1}}$、$\overrightarrow{\mathrm{OA3n+2}}$までの極限も同様に調べる必要がある。
各々調べると$\overrightarrow{\mathrm{OA3n}}$、 $\overrightarrow{\mathrm{OA3n+1}}$、$\overrightarrow{\mathrm{OA3n+2}}$極限は一致することがわかるので、解答のように極限の座標を求めることができる。